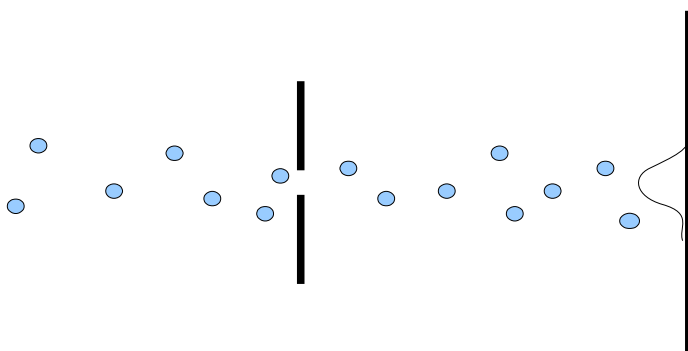


## Dobbeltspalte-eksperimentet

Nogle af kvantemekanikkens særheder kan illustreres med det såkaldte dobbeltspalte-eksperiment, som er omtalt side 73 i "Atomernes vilde verden".

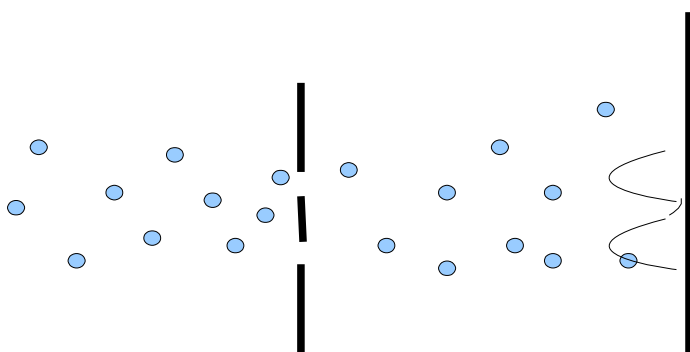
Rent historisk fandt man elektronen i løbet af 1800-tallet, men først i 1897 lykkedes det for J.J.Thomson at påvise, at elektronen var en partikel. Desuden lykkedes det for J.J.Thomson at måle forholdet mellem elektronens ladning og masse som en understregning af elektronens partikelnatur. For sine opdagelser fik J.J.Thomson i 1906 Nobelprisen i fysik.

Lad os først se lidt nærmere på elektroner, som skydes imod en skærm med en smal spalte:

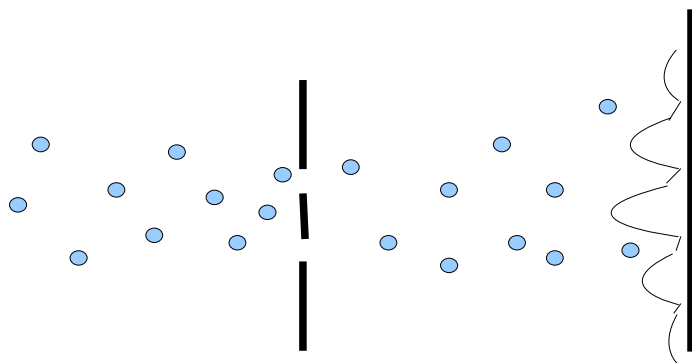


Elektroner er partikler med en veldefineret masse og ladning. De elektroner, der passerer spalten, vil efterfølgende ramme den fluorescerende skærm og hver give anledning til en lille lysplet. Derfor får man den største lysintensitet lige bag spalten, fordi netop her vil flest elektroner der rammer den fluorescerende skærm. Lysintensiteten fra den lysende plet er angivet med den bløde kurve lige foran den fluorescerende skærm.

Hvis forsøget nu ændres, så der er to spalter i stedet for en spalte, vil nogle elektroner passerer igennem den ene spalte og andre igennem den anden spalte. Derfor vil man også forvente to steder med størst lysintensitet, nemlig lige bag hver spalte, fordi det også er her flest elektroner rammer den fluorescerende skærm:



Men her viser naturen sig pludselig fra en anden side, thi laver man forsøget, får man følgende resultat:



På den fluorescerende skærm ser man mere end to steder med maximal intensitet. Desuden finder man den største intensitet lige midt imellem de to spalter og ikke lige bag de to spalter, som man ville forvente, hvis elektroner opførte sig som elektroner. Det, vi ser, er faktisk et typisk interferensmønster, dvs. et typisk bølgefænomen. Nu opfører elektronerne sig pludselig som var de bølger, og det er lidt underligt i og med, at elektronerne opførte sig som partikler i forsøget med een spalte.

Nu kunne man indvende, at dette bølgefænomen skyldtes et kollektivt fænomen, som optræder, fordi der er mange elektroner tilstede. Derved kunne man godt forestille sig, at elektronerne koordineres, så der opstår ovenstående interferensmønster. Men denne forklaring er nem at afvise eksperimentelt. Sender man nemlig en enkelt elektron af gangen får man nøjagtigt samme mønster. Den enkelte elektron vil selvfølgelig ramme skærmen et bestemt sted, men efter et stykke tid vil der ganske langsomt aftegne sig et interferensmønster. Dermed må man konkludere, at den enkelte elektron opfører sig som en bølge. Højst mærkværdigt. Det er to forklaringer, som udelukker hinanden. En bølge og en partikel er to væsentforskellige ting. Eksempelvis kan en partikel kun gå igennem den ene palte. Den kan ikke passerer gennem dem begge samtidig. Men sådan er det ikke med en bølge, thi for at der dannes interferens, må en del af bølgefronten passerer gennem den ene spalte og en anden del passerer igennem den anden spalte. Men hvordan kan en elektron først opføre sig som en partikel og i det næste forsøg opføre sig som en bølge? Det er nærmest en logisk umulighed. Bohrs svar på dette dilemma er meget enkelt:

Fysiske størrelser (begreber, observable) må ikke relateres til nogen selvstændig fysisk realitet, men skal derimod opfattes som et fænomen, der optræder i forbindelse med en nærmere specificeret forsøgsordning.<sup>1</sup>

Ifølge Bohr er den klassiske fysik karakteristisk ved, at det, man undersøger ikke ændrer karakter. En partikel opfører sig altid som en partikel, også når man ændrer forsøgsopstillingen. På samme måde med en bølge. Man opfatter altså de fysiske størrelser som noget reelt eksisterende, men det kan man altså ikke i ovenstående eksempel. I første forsøg opfører elektronen sig som en partikel og i det andet forsøg opfører elektronen sig som en bølge. Sådan er det, og det kan ikke analyseres yderligere. Derfor skal vi ikke tænke på elektronen, som om den har en selvstændig fysisk realitet, men tværtimod vænne os til, at elektronen i nogle sammenhænge opfører sig som en bølge og i andre sammenhænge opfører sig som en partikel.

<sup>1</sup> Kontrast og harmoni, Forlaget Anis, 1985

Men lad os se, hvordan man undgår dette dilemma med den kvantemekaniske formalisme: Igen tager vi udgangspunkt i den stationære Schrödingerligning:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \Psi(x) + V(x) \cdot \Psi(x) = E \cdot \Psi(x) \quad , \text{ hvor } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Vi regner først på bølgefunktionen lige inden den rammer skærmen med dobbeltspalten. I dette tilfælde er potentialet 0, dvs.  $V(x) = 0$ .

- 1) Vis, at den stationære Schrödingerligning i dette tilfælde kan skrives på formen:

$$\frac{d^2}{dx^2} \Psi(x) = -k^2 \cdot \Psi(x) \quad , \text{ hvor } k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

- 2) Vis, at følgende bølgefunktion er en løsning til ovenstående differentiaalligning:

$$\Psi(x) = A \cdot \cos(k \cdot x) + B \cdot \sin(k \cdot x)$$

Både sinus og cosinus beskriver harmoniske bølger med en bølgelængde  $\lambda$ . Vi kan dermed let finde bølgelængden  $\lambda$ , da både sinus og cosinus er periodiske funktioner med perioden  $2\pi$ . Dermed får vi:  $k \lambda = 2\pi$

Deraf kan vi finde bølgelængden  $\lambda$ :

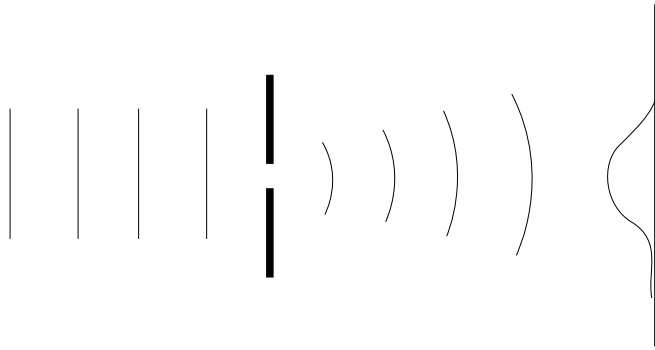
$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

Dermed har vi fundet den såkaldte de Broglie-bølgelængde. Rent historisk blev det i 1926 foreslået af Louis de Broglie, at partikler, og dermed elektroner, havde bølgeegenskaber ligesom almindeligt lys.

Vi vil nu regne på et konkret eksempel. Lad os gå ud fra, at elektronerne har en kinetisk energi på 1000 eV, når de rammer skærmen med spalten. Den potentielle energi er nul, fordi  $V(x) = 0$ . Dermed bliver elektronernes mekaniske energi  $E = 1000$  eV.

- 3) Omregn nu  $E = 1000$  eV til Joule.
- 4) Beregn nu de Broglie-bølgelængden af elektronerne ved at indsætte i ovenstående udtryk.
- 5) Sammenlign denne bølgelængde med almindeligt lys. Er den meget større eller meget mindre end bølgelængden af almindeligt lys?

Vi har altså en bølge, som rammer spalten. Hvis bredden af spalten er mindre end bølgelængden, vil der udbrede sig en ringbølge efter spalten, nøjagtigt som i det klassiske tilfælde.



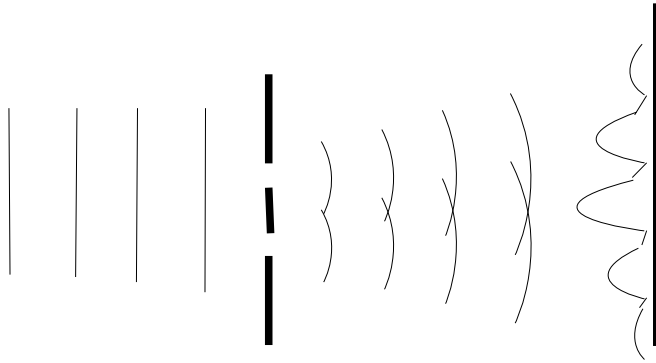
Disse betragtninger gælder også for en enkelt elektron. Man kunne så forledes til at tro, at elektronen dybes set var en bølge, men den går ikke. Thi den ene elektron viser sig ikke som en bølge, når den rammer den fluorescerende skærm, men tværtimod rammer den skærmen i et punkt, og viser sig dermed som en partikel. Ja, det er temmelig spooky. Man skal passe meget på, fordi man så let kommer til at tænke klassisk. Thi i det øjeblik, man opfatter elektronen som en bølge, går det galt. Men hvad er det så for en bølge, vi har fundet? Ja, det er den såkaldte bølgefunktion, og når man kender den, er det faktisk muligt at beregne sandsynligheden for, at elektronen rammer et bestemt sted på den fluorescerende skærm, thi sandsynlighedsfordelingen for elektronen  $p(x)$  er nemlig givet ved  $p(x) = \Psi^2(x)$ . Det får vi ikke direkte brug for i disse beregninger, men vi udnytter blot, at en større amplitude af bølgefunktionen betyder en større sandsynlighed for, at elektronen vil ramme den fluorescerende skærm det pågældende sted.

Denne sandsynlighedsfordeling fremkommer også, når man blot sender en enkelt elektron af gangen. Man skal altså lade som om, elektronen er en bølge lige til det øjeblik, den rammer den fluorescerende skærm, for her viser den sig pludselig som en partikel, idet skærmen lyser op i et punkt. Det er alt sammen meget mærkeligt og har da også givet anledning til stor undren. Ja, nogle taler om en kollaps af bølgefunktionen, og det forstår man så sandelig godt. Før skærmen har man en bølge og pludselig forsvinder den og bliver til en prik på en skærm. Bølgefunktionen er jo udtværet i rummet, og det er elektronen ikke, når den viser sig på skærmen.

Eksemplet viser blot hvor underlig kvantemekanik er. Her må man tænke på, at bølgefunktionen ikke er en reelt eksisterende bølge, men snarere en regneteknisk fremstilling, hvoraf man kan beregne den omtalte sandsynlighedsfordelingen. En fysisk bølge kan selvfølgelig ikke spontant forsvinde i et punkt.

Lad os nu se nærmere på forsøget med den ene spalte. Efter spalten udbreder bølgefunktionen sig altså som en ringbølge. Den største amplitude af ringbølgen får man lige bag spalten, så derfor får man også der den største sandsynlighed for, at en elektron vil ramme den fluorescerende skærm. Kvantemekanikken er altså i dette tilfælde i fuld overensstemmelse med forsøgsresultatet.

Lad os nu se nærmere på forsøget med 2 spalter. Nøjagtigt som i tilfældet med 1 spalte vil der nu bag hver spalte udbrede sig en ringbølge:



Når der er 2 spalter vi man altså have to ringbølger, nemlig en bag hver spalte. Disse vil interfererer med hinanden og skabe det interferensmønster, som vi kender fra den klassiske bølgelære. Hermed er kvantemekanikken igen i overensstemmelse med forsøgsresultatet.

Faktisk har man på de fleste gymnasier udstyr til at demonstrere, at elektroner også kan udvise bølgeegenskaber. Lad os først regne lidt på ovenstående interferensmønster:  
Hvis vi har mange spalter hver placeret med en afstand på  $d$  får vi et optiske gitter, som normalt benyttes til synligt lys. Dermed kan man benytte gitterligningen:

$$\sin(\theta) = \frac{n\lambda}{d} \quad \text{hvor } n \text{ er ordenen og } d \text{ er afstanden mellem 2 spalter i gitteret.}$$

- 6) Der største antal spalter, som man kan få med et gitter til gymnasiebrug er med 1200 spalter pr. mm. Beregn gitterkonstanten  $d$  i dette tilfælde.
- 7) Udfyld nu følgende skema, hvor  $\lambda$  indsætter den ovenfor beregnede de Broglie-bølgelængde:

$n$	$\theta$
0	0
1	
2	
3	
4	

Som vi kan se af skemaet, får man nogle meget små vinkler, som er umulige i praksis at måle. Problemet er, at de Broglie-bølgelængden er meget mindre end bølgelængden af synligt lys. For at få store og målbare vinkler, skal man derfor bruge et gitter med meget mindre afstand mellem spalterne, men det kan man ikke lave i praksis. Men man kan noget andet. I stedet for et optisk gitter benytter man molekyler, der sidder i et gitter. Derved får man et gitter med en meget mindre afstand mellem de enkelte spalter og som følge deraf får man også en større vinkel  $\theta$ . Dette forsøg kaldes elektron diffraktion, og udstyret hertil findes på de fleste gymnasier.