

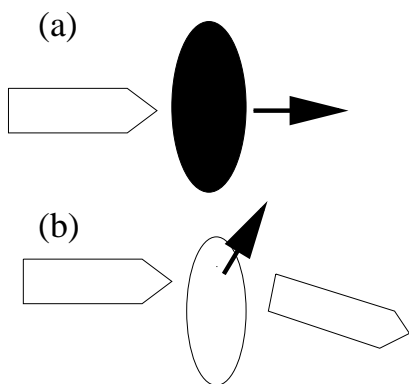
Nobelprisen i fysik i 1997 blev tildelt Steven Chu, William D. Phillips, begge USA, og Claude Cohen-Tannoudji, Frankrig.

Disse tre forskere havde siden midten af 80'erne, sammen med deres forskningsgrupper, været førende indenfor udviklingen af den proces, vi kalder laserkøling. Laserkøling er en metode til at køle atomare gasser, d.v.s. få atomerne til at ligge næsten stille. Den praktiseres i hundredevis af laboratorier over hele verden. Ved Institut for Fysik og Astronomi, Aarhus Universitet, har vi været med i udviklingen af laserkøling siden slutningen af 80'erne, og alle tre prismodtagere har haft studerende fra Institutet på længerevarende forsknings- og uddannelsesophold.

I denne note beskrives, hvordan man køler atomer ved hjælp af laserstråler og nogle af de ting, man kan bruge kolde atomare gasser til. Laserkøling var en vigtig proces, der medvirkede til at skabe de såkaldte Bose-Einstein kondensater for første gang i 1995. Der gives også en kort sammenfatning af nogle af aktiviteterne inden for Bose-Einstein-kondensering. I 2001 fik Eric Cornell, Carl Wieman og Wolfgang Ketterle Nobelprisen i Fysik for deres arbejde med Bose-Einstein kondensater.

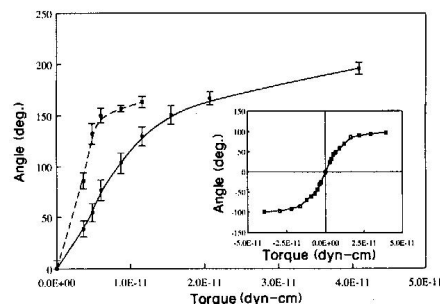
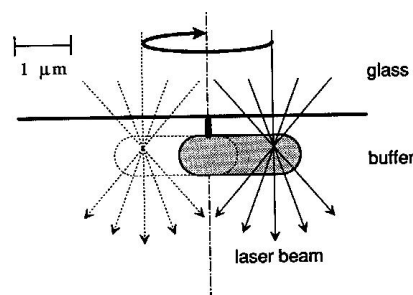
I. INDLEDNING

Allerede i 1800-tallet var man klar over, at lys både har energi og impuls, og at disse størrelser er bevarede, når lyset absorberes eller afbøjes af materialer. Lige omkring år 1900 lykkedes det eksperimentelt at bekræfte impulsbevarelsen, idet man kunne måle rekylbevægelsen af legemer, som havde afbøjet lysstråler, se Fig. 1.



Figur 1. Impulsen i en lysstråle kan overføres 100 %, hvis strålen absorberes fuldstændigt af et legeme (a). Hvis strålen afbøjes, fx i en linse, vil kravet om impulsbevarelse medføre, at linsens impuls ændres i retning af vektorforskellen mellem den indkommende og den udgående lysstråle (b).

De kræfter, man herved kunne udsætte forskellige materialer for, var yderst beskedne, især fordi man ikke havde særligt intense lyskilder, men siden laseren blev opfundet og udviklet igennem 1960'erne, har man fået mulighed for at fange og manipulere objekter med laserlys, og inden for biologi og medicin spås *den optiske pincet* en stor fremtid. Som eksempler på anvendelser kan nævnes måling af bakteriers "armkræfter", se Fig 2., udstrækning og vibration of DNA molekyler, styrkemålinger på sædceller, omrokering af elementer inden for enkelte celler - emner af stor forskningsmæssig interesse inden for medicin og biologi. Kræfterne på levende biologiske materialer fremkommer ved afbøjning snarere end absorption af lys, og der sker derfor typisk ikke nogen opvarmning og beskadigelse af dem. Anvendelser inden for fremstilling og justering af mikroskopiske komponenter i elektronik- og optikbranchen findes naturligvis også.



Figur 2. Objekterne i Fig.1 kan være levende biologisk materiale. I øverste del af figuren vises, hvordan man kan dreje coli- og streptokok-bakterier rundt, mens de fastholdes i deres små svømme-"arme". Ved at dreje laserstrålens fokus rundt om bakteriens ophængningspunkt, skubbes eller trækkes bakterien med rundt, svarende til kraftpåvirkningen i Fig.1.b. Den nederste figur sammenfatter, hvor stort et kraftmoment, der skal til for at dreje bakterien en given vinkel. Streptokok-bakterien er beskrevet ved den stiplede kurve, og den drejes mest ved små kraftpåvirkninger. Coli-bakterien ser ud til at ville vinde en armlægningskonkurrence mellem de to! Den indsatte figur viser, at drejningsmodstanden er den samme ved drejninger højre og venstre om. (1 dyn = 10^{-5} Newton).

Enkelte atomer kan også absorbere og afbøje lysstråler. Atomer vekselvirker kun med lys med helt bestemt frekvens og bølgelængde, og det betød, at kræfter på atomer oprindeligt var sværere at observere. Med laserens fremkomst er det problem delvist løst, og i midten af 1970'erne blev det teoretisk foreslået, at man kan benytte lys-atom vekselvirkningen til at *køle* atomare gasser, d.v.s til at få atomerne til at bevæge sig meget langsomt. Laserkøling er i sig selv en interessant fysisk proces, og de kolde atomer giver en række muligheder for teknologiske anvendelser og for fundamentale fysiske undersøgelser. Med temperaturer på en milliontedel Kelvin eller herunder har man i laboratoriet atomare gasser, der er koldere end noget andet sted i verdensrummet. Laserkøling har haft indflydelse på udviklingen af præcise atomare ure og har åbnet for nye grene af fysikken som f.eks. atomoptik. Vi skal i de følgende afsnit gennemgå teorien for laserkøling, og til sidst vil vi vende tilbage til diskussionen af anvendelser.

II. TEORI FOR LYS OG ATOMER

A. Fotoner, energi og impuls

Lys kan opfattes som en strøm af fotoner hver med en energi proportional med lysets frekvens. Impulsen af en enkelt foton kan ikke som for sædvanlige partikler beregnes som produktet af dens masse og dens hastighed (massen er nul). Med forskellige argumenter når man frem til, at impulsen af en enkelt foton er dens energi divideret med lyshastigheden c (check selv, at dimensionen passer med en impuls). Et par formler for energien E_{foton} og impulsen p_{foton} af en foton:

$$\begin{aligned} E_{\text{foton}} &= h \cdot f = \hbar \cdot \omega \\ p_{\text{foton}} &= \hbar \cdot \omega / c = \hbar k = h / \lambda. \end{aligned} \quad (1)$$

I formlerne betegner h Plancks konstant og f lysets frekvens (λ er lysets bølgelængde). Vi benytter det græske bogstav omega for 2π ganget med frekvensen, $\omega = 2\pi \cdot f$, mens symbolet \hbar , udtalt "h-streg", betegner Plancks konstant divideret med 2π , $\hbar = h/2\pi = 1.054 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ i SI-enheder. $k = \omega/c$ kaldes bølgetallet for lysbølgen. Den rumlige afhængighed af en lysbølge er typisk en sinusfunktion i stedkoordinaten, $\sin(kz)$.

Typiske værdier for synligt (rødt) lys: $\omega = 3 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $\lambda = 600 \cdot 10^{-9} \text{ m}$, $E_{\text{foton}} = 3.3 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2.1 \text{ eV}$, $p_{\text{foton}} = 1.1 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ($1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ er en passende enhed for energi i atom- og laserfysikken).

B. Atomer, I: Bohrs frekvensbetingelse

I 1913 fremsatte Bohr sin berømte atommodel, ifølge hvilken elektronerne i atomet kun kan følge helt bestemte baner. Elektronerne kan skifte baner under udsendelse

eller absorption af lys, men kun hvis fotonenergien passer med forskellen mellem energierne i de tilladte baner - et kriterium kendt som Bohrs frekvensbetingelse. Ved at kræve at frekvensen af det udsendte lys ved elektronovergange mellem højtliggende baner skal stemme overens med elektronens omdrejningshastighed om kernen, så atomet i denne grænse kan opfattes som en klassisk antenne (korrespondensprincippet), kunne Bohr endda beregne de tilladte energier (energispæktret) for brintatomet, og de passede med de eksperimentelle målinger.

Bohrs model kom senere i vanskeligheder (energini-veauerne passede nemlig ikke helt med mere præcise målinger, og det var ikke umiddelbart muligt at generalisere modellen til atomer med flere elektroner), og i 1925-26 fik vi den egentlige formulering af atomfysikken: kvantemekanikken. Kvantemekanikken er en mere abstrakt, matematisk teori, og selvom der står Schrödinger og Heisenberg på fremsættelsen af kvantemekanikken, fik Niels Bohr et flot "come back" for sin dybe forståelse af kvanteteoriens konsekvenser. Også inden for den korrekte kvantemekanik har atomer et antal diskrete energitilstande, og atomerne kan udsende og absorbere stråling, hvis fotonenergien, $\hbar\omega$, svarer til en energiforskel mellem to tilstande a og b i atomet:

$$\hbar\omega = E_a - E_b, \quad \text{Bohrs frekvensbetingelse.} \quad (2)$$

Typiske energiforskelle i atomer er i størrelsesorden 1 eV svarende til lys i, eller lige uden for, det synlige område. En række laserkølingsforsøg er derfor utroligt smukke at iagttage i laboratoriet.

Bohrs frekvensbetingelse udtrykker energibevarelse. Hvad sker der med impulsen af fotonen, når den absorberes? Den bevares også i processen, og ligesom ved stød mellem kugler er der tale om en impulsoverførsel, således at atomet efter absorption af fotonen får ændret sin impuls i fotonens udbredelsesretning med netop $\hbar k$, jvf. (1). Hvis en foton *udsendes* i en eller anden retning, oplever atomet et rekyl med værdien $\hbar k$ modsat fotonens udbredelsesretning, således at den totale impuls har samme værdi som før fotonudsendelsen. Vi kan også se på en spredningsproces bestående af den sammensatte proces af en absorption fulgt af en udsendelse. Vi skal regne med vektorer, da ikke kun længden, men også retningen af impulserne er vigtige.

Vi kan omsætte impulsændringen til en hastighedsændring af atomet ved at dividere med atomets masse. Atomer indeholder 1-100 kernepartikler med massen $1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, og med typiske optiske fotoner får vi hastighedsændringer mellem lidt under en cm/s og få m/s . Det er en meget bekvem skala for fysiske eksperimenter!

C. Atomer, II: Einsteins henfaldsrate

I 1917 publicerede Einstein en teori, hvori han bestemte den rate hvormed atomer vil absorbere fotoner fra en lysstråle, og den tid, der typisk vil gå, før en elektron

i en bane med højere energi end den laveste vil henfalde under lysudsendelse.

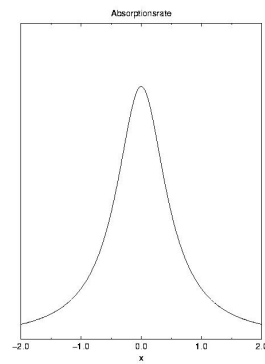
Vi skal betegne raten for spontant henfald med det græske bogstav Γ . Talværdien af Γ angiver sandsynligheden for at der sker et henfald indenfor det næste sekund. Eller rettere: $\Gamma \cdot \Delta t$ er sandsynligheden for, at et atom henfalder inden for et kort tidsinterval Δt . Hvis $\Gamma \cdot \Delta t$ ikke er meget mindre end 1, skal man benytte exponential funktionen $\exp(-\Gamma \cdot \Delta t)$ i stedet for $1 - \Gamma \cdot \Delta t$ for overlevelsessandsynligheden i tilstanden med høj energi.

Typiske værdier for Γ i atomfysikken er $10^6 - 10^8 \text{ s}^{-1}$. Levetiden i en højtliggende bane er altså ca $10^{-6} - 10^{-8} \text{ s}$.

Hvis vi indsender laserlys på et atom, vil hver absorption give en impulsændring i lysstrålens retning, mens udsendelserne sker i tilfældige retninger. I gennemsnit vil udsendelserne altså ikke ændre atomets impuls, og den gennemsnitlige ændring per tidsenhed vil være absorptionsraten gange $\hbar k$ i lysstrålens retning. En impulsændring per tidsenhed er netop en kraft. Dividerer vi med atomets masse, får vi hastighedsændringen per tidsenhed, d.v.s. accelerationen. Man skulle tro, at kraften vil vokse med lysintensiteten, og det vil den også gøre indtil en vis lysstyrke. Det er nødvendigt for atomet at henfalde til den laveste tilstand før hver ny absorption og det spontane henfald med raten Γ er en flaskehals i denne proces, så den højeste kraft kan vurderes ved størrelsen $\hbar k \Gamma$. Indsætter vi typiske talværdier, får vi en maximal acceleration på $a = 10^4 - 10^8 \text{ m/s}^2$ - en betragtelig acceleration og fuldt tilstrækkelig til at manipulere atomer, hvis vi altså kan nå dette maximum.

Einstein omtalte atomernes rekyl allerede i sin artikel i 1917, men han vurderede, at de tilgængelige, meget lave lysintensiteter (korrekt i 1917!) ikke ville give anledning til mærkbare effekter. Man skal naturligvis have indkommende lys nok. Og det indkommende lys skal opfylde Bohrs frekvensbetingelse, hvis man vil anslå atomet til en given højereliggende tilstand. Sammenfatter man Einsteins teori for henfald med Bohrs frekvensbetingelse, får man, at lysfrekvensen skal være lig med den atomare frekvens inden for en fejlmargen på Γ . Da typiske værdier for Γ er en faktor 10^7 mindre end værdierne for den optiske frekvens, ω , skal frekvensen af lyset altså have den rigtige værdi på de første 7 decimaler. Lys fra solen og almindelige lamper indeholder stort set alle farver, og af det lys er det derfor mindre end en milliontedel af fotonerne, der overhovedet kan absorberes af atomet. Laserlys er netop karakteriseret ved frekvenser, som kan bestemmes med 7 cifre eller mere, så i dag kan man opfylde frekvensbetingelsen og samtidigt have masser af fotoner.

Man kan karakterisere absorptionsratens afhængighed af lysets intensitet og frekvens mere præcist. For typiske ikke for stærke felter er absorptionsraten proportional med intensiteten, mens frekvensafhængigheden, skitseret i Fig.3, viser et maximum for $\omega = \omega_A \equiv (E_a - E_b)/\hbar$ og en hurtigt aftagende afhængighed, når størrelsen $\omega - \omega_A$, kaldt *detuningen* bliver større end Γ .



Figur 3. Lysabsorptionsraten som funktion af lysets frekvens. Såkaldt arbitrære enheder er valgt på y-aksen - raten er typisk proportional med lysets intensitet. På x-aksen angives frekvensen ved argumentet $x = (\omega - \omega_A)/\Gamma$, som er dimensionsløst. Kurven, givet ved den matematiske form $1/(x^2 + 1/4)$, kaldes en Lorentz-funktion og beskriver generelt resonansfænomener.

Lorentz-funktionen i Fig.3 er iøvrigt fælles for alle svingninger med dæmpning: skub til lille Marie på gyn-gen med en lidt forkert frekvens, og se, hvordan hendes maksimale udsving (kvadreret) følger denne kurve; find P2 på en radio, hvor det er muligt at justere frekvensen meget fint, og observer, hvordan signalet er optimalt for en given frekvens, og hvordan det forsvinder, når man går væk fra resonans.

III. LASERKØLING

Temperaturbegrebet i termodynamikken er knyttet til den statistiske hastighedsfordeling af partiklerne, der udgør det pågældende fysiske system, gas, væske eller fast stof. Temperaturen er proportional med den kinetiske energi, og køling er ensbetydende med en reduktion af den kinetiske energi, d.v.s. hastighederne af partiklerne.

Vi har beskrevet, hvordan man med laserlys kan udsætte atomer for ganske betragtelige accelerationer. I 1974 blev det foreslået at gøre kraftpåvirkningen afhængig af atomernes hastigheder, så vi ikke bare accelererer gassen, men *indsnævrer hastighedsfordelingen*, så alle atomerne ender med at have en ganske lav hastighed. Det er denne proces, man kalder *laserkøling*.

Da gassen optindeligt vil indeholde atomer med alle mulige hastigheder, skal absorptionssandsynligheden variere fra at være stor for hurtige atomer til at være lille for atomer, der allerede er langsomme. Vi skal altså først give atomerne et speedometer, så de "ved", om de skal absorbere laserfotonerne eller ej.

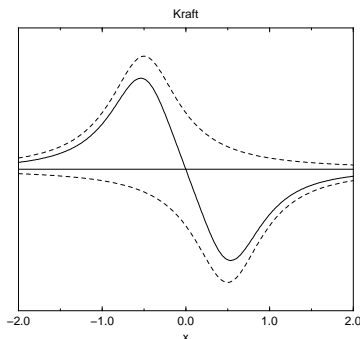
A. Dopplereffekten, kølekraft

Når man passerer af en ambulance, hører man sirens tone blive dybere, fordi lydfrekvensen ændres, når man bevæger sig i forhold til lydkilden. Fænomenet kaldes Dopplereffekten, og det optræder også for lys. Vi kan forstå Dopplereffekten ved at tænke på en bølge, der udbreder sig henimod en modtager. Står modtageren stille, vil bølgetoppe passere forbi med frekvensen f , og er hastigheden af bølgen c og bølgelængden λ som i (1), har vi sammenhængen $c = f \cdot \lambda$. Hvis nu modtageren bevæger sig med hastigheden v i forhold til bølgen, vil flere eller færre bølgetoppe passere forbi per tidsenhed. For ikke alt for høje hastigheder skal c erstattes med $c + v$ eller $c - v$, og den frekvens, modtageren oplever, bliver derfor ændret til $f \cdot (1 \pm v/c)$. Den samme formel gælder mellem frekvenserne angivet med ω , og regner vi hastigheden med fortegn, så den er positiv for bevægelse i bølgens udbredelsesretning, kan vi skrive

$$\omega(v) = \omega \cdot (1 - v/c) \quad (3)$$

for lysfrekvensen oplevet af atomet. Det er denne frekvens, der skal benyttes, når vi skal bestemme absorptionsraten fra en laserstråle for et atom, der bevæger sig.

Vi har nu ingredienserne til at foreslå et laserkølingseksperiment: Belys en atomar gas fra alle retninger med laserstråler med en frekvens, som er lidt mindre end den atomare overgangsfrekvens (for atomer i hvile). Et atom i bevægelse vil nærme sig en af lyskilderne og derfor opleve lyset fra denne kilde med en lidt højere frekvens iflg. (3), mens den lyskilde, som atomet fjerner sig fra, opleves med en lavere frekvens, som vi kender det for lyden fra en ambulance. For atomets absorption af lys fra de forskellige retninger har det som konsekvens, at atomet absorberer mest lys "forfra", fordi de pågældende fotoner er tættest på den atomare frekvens. Man kan bestemme kraften på atomerne som funktion af deres hastighed ved simpelthen at lægge påvirkningerne fra de forskellige stråler sammen. I én dimension er det vist i Fig.4, hvordan man blot skal tage absorptionsraterne, som vist i Fig.3, multipliceret med fotonimpulsen (regnet med fortegn i én dimension, som vektor i to eller tre dimensioner).



Figur 4. Den hastighedsafhængige kraft på atomer belyst fra to sider. Set fra atomet fører Dopplereffekten til en detuning $\omega \cdot v/c = kv$, og for fast laserfrekvens får man derfor en hastighedsafhængig absorptionsrate. Raterne hørende til to lasere med $\omega = \omega_A - \Gamma/2$ er vist i figuren med to stiplede kurver. Da fotonerne fra de to lasere har modsat udbredelsesretning, er den ene rate vist med negativt fortegn. Kraften på atomerne er givet ved summen af de to kurver multipliceret med $\hbar k$, og den er vist ved en fuldt optrukket kurve. På x-aksen benyttes det dimensionsløse mål for hastighed, $x = kv/\Gamma$. En værdi på $x = 1$ svarer til nogle få meter per sekund. Bemærk, at atomer i hvile ikke udsættes for nogen kraft, og at kraften for små hastigheder kan tilnærmes ved en lineær funktion af v .

Det viser sig at være optimalt at vælge $\omega = \omega_A - \Gamma/2$. Så er kølekraften høj omkring de lave hastigheder og, som figuren viser, kraften er rimeligt stor for hastigheder, der opfylder $|k \cdot v| < \Gamma$. Laserkøling virker effektivt på atomer med hastigheder inden for et interval af størrelsesordenen nogle meter per sekund.

Hvis hurtigere atomer skal fanges, kan man udnytte Doppler-effekten og lade laserfrekvensen gennemløbe et interval, så man først "taler" med de hurtige atomer, som herved nedbremses, hvorefter man ændrer frekvensen, så man igen bliver resonant med atomerne. Nogle af de første forsøg ved lagringen ASTRID i Århus drejede sig netop om laserkøling af ioner i ringen, beskrevet i Kvant , september 1990. På en accelerator køler man omkring en ønsket middelhastighed af ionerne, så de to laserstråler, der udbreder sig hhv. med og imod ionstrålen skal have forskellige frekvenser. Laserstrålen, der kommer bagfra vælges resonant med de langsomste atomer, som får et spark, så de bedre kan følge med; laserstrålen, der kommer forfra vælges resonant med de hurtigste atomer, som nedbremses. På grund af hastighedsspredningen ved injektionen af ionerne i ringen må man variere frekvensen af den ene laser, eller af dem begge. Som en sneplov akkumulerer lyskraften ionerne ved en hastighed, der varierer med lysets frekvens. Fordi flere og flere atomer bliver resonante med laserlyset, vokser den spontant udsendt lysintensitet, indtil atomerne ser begge laserstråler lige effektivt. Hvis ikke variationen af laserfrekvensen standses her, vil man få den uønskede effekt at de langsomme atomer vil blive nedbremsede yderligere af laseren, der kommer forfra, og hastighedsfordelingen vil blive bred igen.

B. Fluktuationer og sluttemperatur

Atomer i hvile absorberer lige mange fotoner fra alle retninger og middelkraften er nul. Men der er fluktuationer i denne kraft: enkelte absorptioner og tilfældige rekylpåvirkninger ved udsendelse af fotoner får atomerne til at flakke omkring ved lav hastighed. Der vil opstå en balance mellem kølingen og disse opvarmende fluktuationer, så gassen vil være karakteriseret ved en gennemsnit-

lig kinetisk energi af atomerne. Teoretisk bestemmer vi denne energi til, ligesom kølekraften, at være en funktion af detuningen $\omega - \omega_A$. Den laveste energi opnås, ved at vælge en detuning lig med $-\Gamma/2$, og den gennemsnitlige kinetiske energi bliver her ca. $\hbar\Gamma/2$. Teorien er formuleret generelt for alle atomer, men forskellige atomer har forskellige værdier af henfaldsraten, og deres kinetiske energier bliver derfor forskellige. De tungeste atomer vil typisk kunne opnå de laveste sluthastigheder efter køling.

I 1985 lykkedes det en gruppe i USA, under ledelse af Steven Chu, at laserkøle neutrale atomer for første gang. I løbet af det næste par år kom der flere forsøg rundt omkring i verden, og i 1988 viste mere præcise målinger i William Phillips' gruppe, at teoretikerne havde taget fejl!

Det var en god nyhed, for Phillips' eksperimenter viste meget lavere energier end forudsagt. Fra 1988 til i dag er teorien for laserkøling blevet mere raffineret, og der kommer stadig nye forslag. Vi skal ikke her gå i detaljer, men blot nævne, at Dopplerkøling, som beskrevet ovenfor har et grovkornet speedometer for atomerne, følsomt over for hastigheder på $v \sim \Gamma/k \sim \text{få } m/s$, og at mere avanceret atomfysik faktisk udruster atomerne med et finere speedometer. De typiske atomare hastigheder "måles" her med en nøjagtighed på nogle få gange $v_{rekyl} = \frac{\hbar k}{M} \sim \text{få } cm/s$ (se afsnit VII), svarende til at gassens temperatur er i området mellem 10^{-6} og 10^{-3} K (grader over det absolutte nulpunkt).

Claude Cohen-Tannoudji, har med sine kolleger udledt de nye relevante teorier og formuleret dem ved lettere forståelige billeder. F.eks. indførte Cohen-Tannoudji *Sisyfos-mekanismen* til forklaring af den effektive køling: i laserfeltet oplever de Dopplerkølede atomer et bakket landskab, hvor de løbende mister hastighed, når de bevæger sig op ad bakkerne. I stedet for at genvinde den tabte hastighed, når de "ruller" ned igen, kan en elektronisk overgang i atomerne føre til, at de ser landskabet i en ændret form, således at de nu befinder sig i en dal og skal til at rulle op igen - i analogi til den græske myte om Sisyfos, der hver dag måtte rulle den samme sten op ad et bjerg, hvorefter guderne lagde den tilbage i dalen, så han kunne begynde forfra. (Jeg foretrækker selv analogien til Tivoli Frihedens "Hurlumhejhus", som har en indgangstrappe, der er delt i to dele som skiftevis bevæger sig op og ned. Ved selv kun at gå fra side til side kan man derfor hele tiden bevæge sig nedad og derved miste energi.)

Med Sisyfos mekanismen er den karakteristiske kinetiske energi for kølede atomer meget mindre end $\hbar\Gamma/2$. Grænsen sættes nu af de uundgåelige tilfældige rekylpåvirkninger af atomet, når det absorberer og udsender fotoner. D.v.s. typiske sluthastigheder er nogle få gange v_{rekyl} , og de kinetiske energier tilsvarende nogle få gange $\frac{1}{2} M v_{rekyl}^2$.

I 1988 demonstrerede Paris gruppen, at atomernes hastigheder endda kan gøres mindre end v_{rekyl} . Mekanismen kaldes, ikke særligt mundret, Velocity-Selective Co-

herent Population Trapping, VSCT, og den er baseret på kvantemekanisk interferens: I spektroskopien kender man såkaldte mørke tilstande (dark states), som ikke absorberer lys, fordi absorptionssandsynligheden skyldes bidrag fra forskellige kvantemekaniske processer, som interferer destruktivt. Den destruktive interferens fremkommer, hvis flere lavtliggende atomare tilstande drives af laserfeltet imod den samme højereliggende atomare tilstand, og Cohen-Tannoudji foreslog, at når man tager højde for atomernes bevægelse, vil de tilstande for atomerne, som ikke absorberer lys, være karakteriseret ved meget velbestemte hastigheder. Kølingsprocessen kan her beskrives som en slags "si", idet atomer, der er i den mørke tilstand vil forblive der, mens de andre vil absorbere og udsende fotoner og derfor have en chance for senere at blive fanget i den mørke tilstand. Der er ikke nogen nedre grænse for denne type køling, men for at opnå et givet antal atomer med en fastsat højeste hastighed kan man blive nødt til at køle meget længe. Steven Chu har vist, at man kan opnå en tilsvarende situation med pulserede lasere.

En laserkølet gas "hænger" i nogle laserfelter uden at være i ligevægt med sine omgivelser, og derfor kan gassens temperatur være en milliard gange lavere end den beholder og det laboratorium, eksperimentet foregår i. Gassen er også meget koldere end det ydre rum, som har en temperatur på omkring 3 K; det er altså ikke helt forkert at tale om verdens koldeste gas i disse eksperimenter. En anden ting er så, at gassen egentligt ikke kan betegnes som et system i termodynamisk ligevægt, og at temperaturbegrebet ikke helt kan anvendes. Det viser sig dog, at hastighedsfordelingen næsten har samme form som for gasser i sædvanlig termodynamik, og det er derfor meningsfyldt at benytte termodynamikkens relation mellem temperatur og kinetisk energi,

$$\frac{3}{2} k_B T = \overline{\frac{1}{2} M \bar{v}^2}, \quad (4)$$

hvor \bar{v} betegner middelværdien over gassens atomer, og hvor $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} J/K$ er Boltzmanns konstant, som igen er lig med gaskonstanten R divideret med Avogadros tal.

C. Fælder for neutrale atomer

Ved hjælp af elektriske og magnetiske felter kan man indfange elektrisk ladede partikler, elektroner og ioner. Et af eksperimenterne ved IFA beskæftiger sig netop med køling af fangede ioner, både i små fælder og ved Institutets lagerringsaccelerator ASTRID.

Midt i 1980'erne blev det foreslået at benytte principperne for laserkøling til også at indfange neutrale atomer og fastholde dem lokaliseret i rummet. Den *magneto-optiske fælde* udnytter, at atomer i magnetfelter får forstyrret deres energi-niveauer (fordi elektronerne i Bohrs

”baner”føler magnetfelterne). Derved ændres de karakteristiske atomare energiforskelle og dermed Bohrs frekvensbetingelse for absorption af lys. Ved at gøre magnetfelternes retning og styrke rumligt afhængige får man, at atomerne vil absorbere mere eller mindre lys, afhængigt af hvor de opholder sig. På den måde kan kølekraften også blive en stedafhængig kraft, som kan lokalisere atomerne.

Mere end hundrede laboratorier i verden har i dag en magneto-optisk fælde.

IV. ANVENDELSER AF KOLDE ATOMER

Kolde atomer har mange anvendelser, både inden for grundforskningen og af mere teknologisk karakter.

I kemien og fysikken er det vigtigt at forstå, hvordan atomer og molekyler vekselvirker med hinanden. I store afstande føler neutrale atomer fx en meget svag tiltrækningskraft proportional med $1/R^7$ ($1/R^8$ ved endnu større afstande), hvor R er den indbyrdes afstand. Disse kræfter har størst betydning, når atomerne bevæger sig meget langsomt i forhold til hinanden, og det har fornyligt været muligt at ”samle” laserkølede atomer til meget udtstrakte og meget løst bundne molekyler.

Laserkøling kan også benyttes til at sortere atomare isotoper med forskellige absorptionsfrekvenser og til at opbevare særligt kostbare atomer, som måske kun kan produceres i meget ringe mængder.

Atomere ved stuetemperatur bevæger sig med hastigheder på flere hundrede meter per sekund, så hvis man vil studere det samme atom i længere tid, er det en fordel at få hastigheden bragt ned. At ”studere” et atom betyder ofte at måle dets energiniveauer ved at bestemme frekvensen af lys der absorberes eller udsendes. Her kommer Doppler-effekten på banen igen og gør, at vi med kolde atomer kan måle disse frekvenser meget mere præcist. Lang måletid (mange svingninger) er i øvrigt også en forudsætning for at kunne bestemme frekvenser præcist.

Med den spektroskopiske opløsningssevne, kolde atomer giver, er det muligt at undersøge atomfysiske fænomener med meget stor præcision. Der er relativistiske, kerne- og partikelfysiske fænomener, der studeres i astrofysikken og på de store acceleratoranlæg, som har mikroskopiske effekter i atomer ved lave energier ”på 12. ciffer i en absorptions-frekvens”, og som derfor kan studeres med laserkølede gasser.

Ultrapræcise frekvensmålinger har også teknologiske anvendelser. Faktisk er det i dag sådan, at tids- og længdeenhederne er *definerede* ud fra atomfysikken, således at ét sekund svarer til præcist 9.192.631.770 elektromagnetiske svingninger resonant med en bestemt overgang i cæsium-atomet. Man bruger altså målingen af denne frekvens til at kalibrere sine ure (i en håndfuld primære tidslaboratorier rundt om i verden). De herved kalibrerede og meget præcise ure danner grundlag for radiosignaler, som man overalt kan benytte til synkronisering, fx af en type ure, som man kan købe hos de fleste urmagere idag.

Mens det nok ikke kommer sig så nøje om et vækkeur eller armbåndsur passer ned til 10^{-8} sekund, er denne tidskala interessant for radioastronomi, satellit-navigation, telekommunikation og meget andet godt og skidt. Cohen-Tannoudji’s gruppe har et cæsiumeksperiment, som de foretager i en flyvemaskine under 1.5 km frit fald - de opnår herved vægtløshed, og undgår at atomerne ”falder ud af laserstrålerne”. Forsøgene er en del af forstudierne til at anbringe laserkølingsopstillinger i satellitter, hvor de kan danne grundlag for meget præcise atomure.

Lyshastigheden har i dag en defineret værdi i antal meter per sekund, så med den ovenfor anførte fastlæggelse af varigheden af et sekund, får man også fastlagt længden af en meter ud fra optik og atomfysik. Dansk industri stod på et tidspunkt til at miste kontrakter, fordi man ikke havde en laserbaseret længdestandard, så producenter kunne give den korrekt certificerede garanti på, at de holdt målene. Det kan de nu. William Phillip’s forskningsgruppe hører i øvrigt under det amerikanske handelsministerium !

Med laserstråler kan man ikke kun køle, men også styre atomers bevægelse ved design af specielt nyttige potentialer i form af ”gitre”, ”spejle” og ”tragte” af lys. Man kan f.eks. skrive med chrom-atomer på overflader og på den måde ”trække ledninger” i mikroskopiske strukturer.

Det er ikke kun den indre bevægelse af elektronerne i atomerne, der skal beskrives kvantemekanisk. Atomerne skal også selv håndteres som bølger, selv om vi i teoriens snit ovenfor benyttede en simplere klassisk formulering. Når atomernes ydre bevægelse bliver beskrevet ved bølger, fremkommer der interferenseffekter, som man kender dem for vand-, lyd- og lysbølger. Forsøg med atombølger udføres bedst med kolde atomer, fordi atombølgens udstrækning er omvendt proportional med atomets hastighedsspredning, $\delta x \cdot \delta p \sim \hbar$, d.v.s. kolde atomer er mest bølgeagtige og mindst partikelagtige. Når atombølger rammer laserfelter, bliver de styret i flere retninger på samme tid, og hvis bølgekomponenterne genforenes, kan man ud fra interferensmønstret meget detaljeret lære om de påvirkninger, atomerne har været udsat for undervejs.

Man har på den måde målt elektriske og magnetiske felter med stor præcision (og man har meget præcist bestemt styrken af atomers vekselvirkning med sådanne felter). Steven Chu har foretaget meget præcise målinger af tyngdekraften på et atom og målt tyngdeaccelerationen $g = 9.8...m/s^2$ med så stor præcision, at man seriøst planlægger at lave en miniudgave af forsøget, som kan fi-res ned i borehuller og måle variationer i den lokale værdi og retning af tyngdekraften. Herved bestemmes variationer i massetætheden og muligheden for forekomster af mineraler og olie.

Efter årelange internationale anstrengelser blev brugen af laserkøling det afgørende skridt, så det i 1995 lykkedes for tre uafhængige forskergrupper at observere Bose-Einstein-kondensering i kolde atomare gasser. Bose-Einstein kondensering blev foreslået teoretisk i 1925 ved en kombination af ideer af Albert Einstein og den indiske fysiker Satyendra Nath Bose.

A. Hvad er et Bose-Einstein-kondensat ?

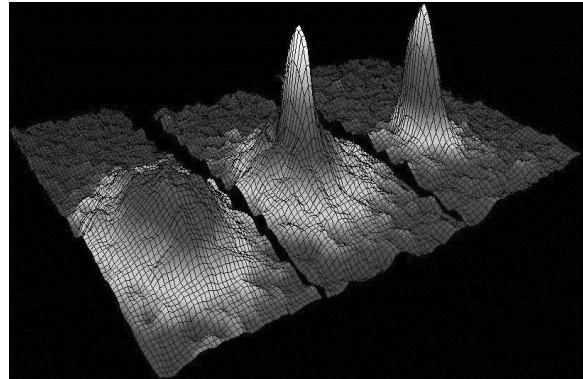
I kvantemekanikken beskrives partikler som bølger, hvis rumlige udstrækning er omvendt proportional med deres impuls. Når en gas af atomer køles meget langt ned, kan bølgerne blive mere udstrakte end afstanden mellem de enkelte atomer, og en del af gassens atomer må beskrives ved den samme bølge - de er i den samme kvantemekaniske tilstand. En sådan samling af atomer, som alle er i den samme kvantemekaniske tilstand, kaldes et Bose-Einstein-kondensat. I modsætning til damp, der kondenserer på en kold overflade (kondensvand), fordi molekylerne tiltrækker hinanden skyldes Bose-Einstein-kondensering ikke en tiltrækning mellem atomerne, og kondensatet er da heller ikke karakteriseret ved at atomerne klumper sig sammen. Tværtimod er den fælles kvantetilstand for de mange atomer meget udstrakt i rummet (i forsøgene næsten op til 1 mm).

Bose-Einstein-kondensering vil ikke finde sted for alle partikler, hvis de køles ned. Partikler er opdelt i to grupper: fermioner og bosoner. Det er forbudt at have mere end én fermion i samme kvantemekaniske tilstand. Elektronen er en fermion, og forbudet kender vi som udelukelsesprincippet i atomfysikken, der gør, at flere elektroner ikke må være i samme tilstand i et atom. De lægger sig uden på hinanden i skaller. Neutroner og protoner er også fermioner, og man har også skalstrukturer i atomkerner. Fotonen er en boson, bosoner elsker at være i samme tilstand (og de må godt), og det er derfor, man kan lave en laser, hvor alle fotonerne kommer ud i samme retning med samme frekvens. Atomer er enten bosoner eller fermioner: hvis antallet af protoner plus neutroner plus elektroner i atomet er ulige, er atomet en fermion, er tallet lige, er atomet en boson. Det er bosoners tilbøjelighed til at være i samme tilstand, der fører til Bose-Einstein-kondensering.

Det er svært at lave et Bose-Einstein kondensat, fordi kravene om høj tæthed og lav temperatur normalt vil føre til almindelig kondensering først: gassens atomer finder sammen i molekyler og dråber, og til sidst har man bare en væske i bunden af sit apparat. Løsningen er at have en meget tynd gas (lav tæthed) og gå til *meget* lav temperatur og så håbe, at den tid det tager gassen at blive væske, er længere end den tid, det tager at lave et Bose-Einstein-kondensat. Det lykkedes i 1995.

I de grupper, der har kondenseret atomer, er strategien følgende:

- Man laserkøler, så man får en kold gas med mange atomer. Atomernes hastigheder er lidt højere end rekylhastigheden v_{rekyl} , og det er for varmt !
- Man slukker nu for laserne, så atomerne ikke modtager flere tilfældige fotonrekylpåvirkninger, og man benytter herefter en teknik, kaldet *fordampningskøling*: Lader man en kop kaffe stå i kort tid, køles den ned fra kogepunktet til stuetemperatur. Denne nedkøling skyldes fordampning, idet det hele tiden er de hurtigste (varmeste) molekyler, der forlader væsken, så gennemsnitstemperaturen af de tilbageblevne molekyler falder. Kølingen er meget effektiv: ved at miste ca. 2 % molekylerne kan kaffen slippe af med ca. 20 % af sin temperatur målt i Kelvin (det er også derfor, sprit føles koldt på huden: spritten bliver faktisk kold i takt med, at den fordamper). Kan man få fordampningen til at fortsætte, kan man nå meget lave temperaturer.
- De laserkølede atomer holdes i et magnetisk potential, hvis højde gradvist sænkes, så de "varmeste" atomer damper af. Fordi man starter tilstrækkeligt langt nede i temperatur og med tilstrækkeligt mange atomer, er det muligt at nå Bose-Einstein-kondenseringsbetingelsen og stadig have atomer til overs (ca. en million i eksperimenterne med rubidium og natrium, noget mindre for lithium).



Figur 5. Figuren viser tre snap-shots af atomernes hastighedsfordeling i et af de første rubidiumeksperimenter ved JILA i Colorado, USA. Højden af bjergene angiver , hvor mange atomer, der har en given hastighed. På det første billede ses en almindelig gas, hvor hastighedsfordelingen er bred og uden struktur. På det andet billede, taget senere under fordampningskølingen, er der opstået en spids fordeling af meget langsomme atomer i midten; det er atomerne, som er kondenseret. På det tredje billede, taget endnu senere, er gassen så kold, at alle atomerne er i kondensatet, og man har kun den meget spidse fordeling.

For at kunne studere kondensaternes opførsel har det været nødvendigt at anvende forskellige detektionsprincipper. Bjerg-landskaberne i Fig.5 blev optaget ved at slippe kondensatet fri, og se hvordan atomerne fordelte

sig i rummet efter en vis tidsforsinkelse. Herved ødelagde man altså kondensatet for hvert billede. Man kan ikke detektere atomernes position ved at lade dem absorbere og udsende lys, fordi rekyl-hastigheden ved blot en enkelt foton-absorption og -emission vil være stor nok til at slå atomerne ud af kondensatet. I stedet benyttes lys langt fra den atomare overgangsfrekvens, som ikke absorberes, men som alligevel oplever et faseskift under passage af kondensatet. Kondensatet optræder som et gennemsnitligt materiale (som glas) med et brydningsindex proportionalt med den lokale atomare tæthed. Faseskiftet kan nu måles forskellige steder på tværs af laserstrålen, og man får derved et billede af kondensatet. Ved MIT i Massachusetts kan man tage et billede for hver 50 ms, altså 20 billeder i sekundet, uden at ødelægge kondensatet, og på den måde kan man filme svingninger og udbredelse af lydølger i kondensatet.

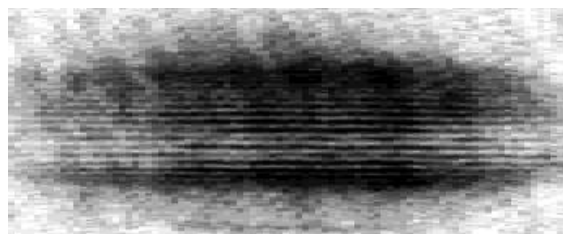
C. Hvad sker der i øjeblikket ?

Teoretikere og eksperimentalfysikere har siden 1995 undersøgt mange egenskaber ved Bose-Einstein-kondensaterne. Man kan på mange måder betragte lyset i en laser som et Bose-Einstein kondensat af fotoner, og et interessant projekt er at lave en "atom-laser", d.v.s. et apparat, som udsender en stråle af atomer, der ligesom fotonerne i en laserstråle alle har samme energi og bevægelsesretning. For nogle af de anvendelser af neutrale atomer, vi diskuterede i det foregående afsnit, vil en atom-laser måske byde på fremskridt af samme betydning, som laseren har gjort det i optikken. Den første atom-laser, hvor et Bose-Einstein kondensat af natrium-atomer blev "tappet" for atomer, blev lavet i efteråret 1996, men der er stadig lang vej til et apparat med laserens gode egenskaber.

Et andet eksperiment, som illustrerer Bose-Einstein-kondensatets mere eksotiske egenskaber, er også blevet udført med natrium i 1996. I kvantefysikken beskrives partiklernes bevægelse ved bølger. Det gør den som bekendt ikke i den klassiske fysik, og når det ikke fører til nogen modstrid, er det fordi kvantemekanikken beskriver den mikroskopiske verden og den klassiske fysik den makroskopiske - vi er normalt ikke i tvivl om, hvilken beskrivelse der skal benyttes. Når nu millioner af atomer alle er i samme kvantetilstand, får vi et (næsten) makroskopisk system, som skal beskrives kvantemekanisk.

En af bølgelærens fremtrædende effekter er interferens. Under den korte beskrivelse af atominterferometri diskuterede vi, hvad interferens indebærer for enkelte atomer, der skilles og samles. Man har på tilsvarende vis ladet to kondensater med natriumatomer mødes. Og når man ser på den rumlige fordeling af atomerne i det område, hvor kondensaterne mødes, ser man tydelige interferensstriber: selv om de to kondensater hver for sig er uden struktur, er atomernes tæthedsfordeling moduleret med tydelige maksima og minima. På samme måde som interferens

mellem fx to dybe nabotoner på et klaver (stødtoner) ikke skyldes, at strengene vekselvirker med hinanden, er interferensen i Fig.6 ikke udtryk for atomernes vekselvirkning, men en ren bølgeeffekt.



Figur 6. Figuren viser atomernes tæthed, når to Bose-Einstein-kondensater overlapper hinanden i rummet. Begge kondensater er uden indre struktur, men på grund af kvanteinterferens bliver tætheden moduleret i rummet. Billedet er optaget ved MIT med den ikke-destruktive fase-skiftsteknik.

Endeligt skal naturligvis nævnes eksperimenter udført af Lene Hau ved Rowland Instituttet, som ryddede forsideerne på landets aviser (og på det internationale tidsskrift Nature, så det var ikke kun en stor historie i Danmark!):

Det er kendt i optikken at lysets hastighed varierer, når lyset passerer gennem et medium, fx en gas. For gasser, som kun vekselvirker med lys med helt bestemte frekvenser, er denne variation ekstremt stor, hvis lyset netop er i det rette frekvens-interval. Normalt observerer man ikke denne effekt, fordi gassen ved resonansfrekvenserne jo absorberer lyset, så det trænger slet ikke igennem, men ved at benytte en kvantemekanisk interferenseffekt i atomerne, kan man forhindre absorption af lys, hvis der er to lys-stråler tilstede samtidigt. Det er præcist, hvad Lene Hau undersøgte i sit eksperiment, og hun målte en reduktion af lysets hastighed fra 300.000 kilometer per sekund til kun 17 meter per sekund. Effekten kræver at atomerne ligger meget stille (så resonansbetingen ikke bliver udvasket af Doppler effekten, som vi mødte tidligere), og allerkoldest er der netop i kondensatet, hvor Lene Hau målte den rekord-lave hastighed. Når hun målte på en kold men ikke-kondenseret gas, fik hun typisk dobbelt så store hastigheder - altså også et imponerende resultat.

Det næste store gennembrud bliver muligvis i studiet af fermioner: atomer med et ulige samlet antal af neutroner, protoner og elektroner. Fermioniske atomer skal være i forskellige tilstande, og opfører sig derfor meget anderledes end bosoner. Deborah Jin ved JILA i Colorado har som den første kølet kalium atomer til meget lave temperaturer, og der er nu et kapløb mellem flere forskningsgrupper om at se den såkaldte BCS-overgang, hvor atomerne danner par, og derved får nogle af bosonernes egenskaber - en mekanisme, man forventer er ansvarlig for superledning i meget kolde materialer, og som vil gøre de neutrale atomer superflydende.

Laserkøling, som beskrevet ovenfor, er et felt med en meget hurtig historisk udvikling. De teoretiske ideer blev fremsat i 1970'erne. De første eksperimenter fandt sted i 1980'erne. Og allerede nu har laserkøling i nogen grad mistet status som et forskningsemne i sig selv og er i stedet blevet en teknik til at skabe atomare systemer med ønskværdige egenskaber. Takket være udviklingen af lasere og atomfysikudstyr er det, der var umuligt for blot 10 år siden, nu hver fysikers øje, men det forhindrer naturligvis ikke, at der stadig kommer nye forslag og ideer.

En række emner, som studeres teoretisk og eksperimentelt i de omtalte forskningsgrupper, er slet ikke nævnt her, fx laserkølede atomers lokalisering i "optiske krystaller" i de periodiske potentialer, som laserfelterne også giver anledning til, og som giver mulighed for at studere en række faststoffysiske fænomener - båndstruktur, transportegenskaber o.s.v.

Der er mange anvendelser af laserkølede atomer både i grundforskningen og i teknologien. Om udviklingen af Bose-Einstein-kondensaterne vil blive lige så hurtig og omfattende, og om kondensaterne med tiden vil vise sig lige så universelt anvendelige, må tiden vise.

VII. APPENDIX. TALEKSEMPLER OG HISTORIER BAG KØLING AF FORSKELLIGE ATOMER

Man har til dato laserkølet mange forskellige ioner og atomer. Vi giver nedenfor nogle eksempler. Sammen med en lille historie om det enkelte system angiver vi $v_{rekyl} = \hbar k/M$, atomets hastighedsændring ved absorption af en enkelt foton. Med laserkøling kan man reducere atomernes hastigheder til nogle få gange v_{rekyl} og i visse tilfælde endda mindre endnu.

H, brint, det letteste grundstof. Brint absorberer kun fotoner med en meget høj frekvens og kræver derfor helt speciel laserteknologi. Fordi brint er så let, får det også et ordentligt spark ved absorption af en enkelt foton og har den største rekylhastighed blandt vores eksempler. $v_{rekyl}=3.3$ m/s.

He, helium. Helium absorberer normalt kun fotoner med en så høj frekvens, at vi slet ikke har brugbare lasere til køling af helium. Man benytter så et trick til at anbringe helium atomerne i en højtliggende tilstand og laserkøler derefter ved absorptionsprocesser herfra til en nærtliggende tilstand, $v_{rekyl}=0.9$ m/s. Helium blev med blot en uges mellemrum første gang Bose-Einstein kondenseret i to forskningsgrupper i Paris i 2000. Fordi de altid ligger i den højtliggende tilstand har de meget energi, og de kan derfor detekteres enkeltvis med stor præcision.

Li, lithium. Lithium-ionen er blevet laserkølet ved lagringen i Århus, se Fig.5 og 6. Vi giver derfor de relevante tal for ionen og ikke for det neutrale lithium atom. Ligesom helium må lithium køles ved processer mellem

højtliggende tilstande. $v_{rekyl}=11$ cm/s.

Ne, neon. Neon køles med lys af den smukke, røde farve kendt fra helium-neon laseren i ethvert fysiklokale. Det første laserkølingseksperiment i Århus var med neutrale, hurtige neon-atomer. $v_{rekyl}=3.1$ cm/s.

Na, natrium. Natrium var det første laserkølede atom (1985). Det er også et af de første atomer, der blev Bose-Einstein kondenseret i 1995. I kondensationseksperimenter måles temperaturer ned til 0.2 nK (0.2 milliardtedel Kelvin), væsentligt under rekyllølegrænsen. Laserkøling suppleres her med en ekstra køleteknik. $v_{rekyl}=3$ cm/s.

Mg, magnesium. Magnesium ionen køles i Aarhus, både i lagringen og i fælder. Parametrene er for magnesiumionen $v_{rekyl}=6.5$ cm/s.

Rb, rubidium. Rubidium var det første atom, der blev Bose-Einstein kondenseret først på sommeren 1995. Se Fig.7. $v_{rekyl}=0.6$ cm/s.

Cs, cæsium. En bestemt overgang i cæsium tjener i dag som international tids- og længdestandard, og det er derfor særligt interessant at kunne køle cæsium. Det var naturligt at forsøge at Bose-Einstein kondensere cæsium, men det viste sig at være en næsten umulig opgave på grund af meget stærke kollisionsprocesser mellem atomerne. Under stor omhu lykkedes det i Oktober 2002. $v_{rekyl}=0.35$ cm/s.

Fr, francium. Francium er et radioaktivt stof, der fremkommer i meget små mængder under en kernereaktion. En af franciums isotoper har en levetid på 3 minutter, hvilket er rigeligt til laserkøling. $v_{rekyl}=0.26$ cm/s.

VIII. LITTERATUR

Der findes i hundredevis af videnskabelige artikler om laserkøling, anvendelser af kolde atomer, og Bose-Einstein-kondensater. Der er heldigvis også skrevet en del mere pædagogiske afhandlinger:

Tidsskrifter

- *New mechanisms for laser cooling* af Claude Cohen-Tannoudji og William D. Phillips i Physics Today, Oktober 1990, s.33, beskriver i nogen detalje de nye mekanismer, der forklarer køling under Doppler-grænsen.
- *Laser trapping of neutral particles* af Steven Chu i Scientific American, februar 1992, s49, beskriver Doppler køling, nogle eksperimentelle finurligheder omkring frekvensmålinger, og lidt om anvendelser af den optiske pin-cet i biologi.
- *Atomic physics in ion traps* af Christopher Monroe og John Bollinger, Physics World, marts 1997, s.37, beskriver forsøg med laserkølede ladede ioner. Forfatterne beskriver specielt bølgeaspekter af ionernes bevægelse, og de diskuterer også fremkomsten af strukturer i fælder med mange ioner.
- *Bose-Einstein condensation* af Christopher Townsend, Wolfgang Ketterle og Sandro Stringari i Physics

World, marts 1997, s. 29, fortæller om Bose-Einstein-kondensering.

Internettet

- <http://www.phys.au.dk/quantop> QUANTOPs hjemmeside

indeholder beskrivelser af arbejdet med kolde atomer og ioner i Danmark, herunder forsøg på Bose-Einstein kondensering og studiet af kolde fermigasser (start 2003).

- <http://www.nobel.se>
indeholder biografier for Nobelprisvinderne i Fysik, 1997 og 2001, og beskrivelser af deres konkrete bidrag til udviklingen af laserkøling og Bose-Einstein kondensering.

- <http://amo.phy.gasou.edu:80/bec.html/bibliography.html>
er en hjemmeside, der sammenfatter alt, hvad der sker inden for forskningen i Bose-Einstein kondensater. Siden opdateres dagligt med sidste nyt, og den gemmer links til en række pædagogiske foredrag og artikler.

- <http://www.nbi.dk/tweezer>
beskriver aktiviteterne ved den danske Optisk Pincet Gruppe ved Niels Bohr Institutet i København. Siden indeholder en introduktion til emnet, beskrivelser af gruppens egne forskningsaktiviteter, samt links til 'optical tweezers around the world'.